

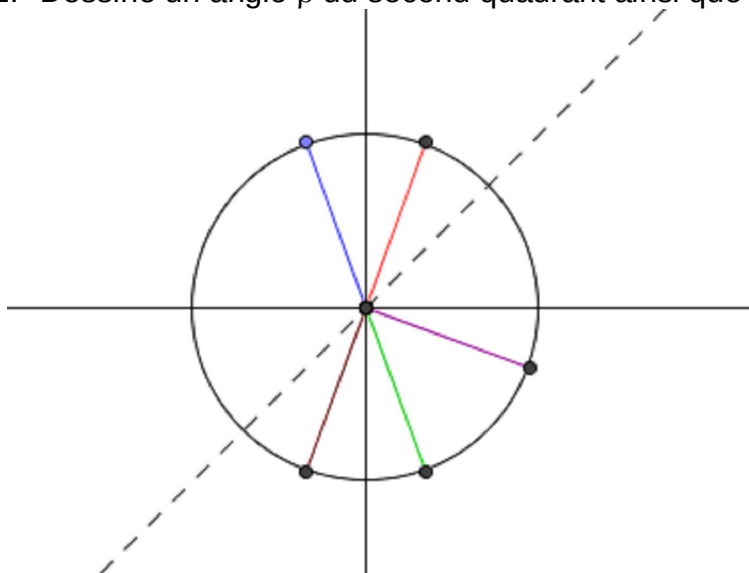
CORRECTION DES TRAVAUX DE VACANCES (SERIE 2)

ANGLES ASSOCIES

1. Comment sont associés les angles α et β :

- a) $-\cos \alpha = \sin (\pi/2 - \beta)$ devient
– $\cos \alpha = \cos \beta$ d'où α et β ont des cos opposés
d'où α et β sont **supplémentaires ou antisupplémentaires**
- b) $\text{Tg} (-\alpha) = -\text{tg} (\pi + \beta)$ devient
– $\text{tg} \alpha = -\text{tg} \beta$ ou encore $\text{tg} \alpha = \text{tg} \beta$ d'où α et β **antisupplémentaires**
- c) $\sin (\pi + \alpha) = \sin (\pi - \beta)$ devient
– $\sin \alpha = \sin \beta$ d'où α et β **antisupplémentaires ou opposés**
- d) $\text{Cotg} (4\pi + \alpha) = -\text{cotg} (\beta + 3\pi)$ devient
 $\text{cotg} \alpha = -\text{cotg} \beta$ d'où α et β **supplémentaires ou opposés**
- e) $\cos (\pi - \alpha) = \cos (-\beta)$ devient
– $\cos \alpha = \cos \beta$ d'où α et β **supplémentaires ou antisupplémentaires**
- f) $\sin (5\pi + \alpha) = -\cos (5\pi/2 - \beta)$ devient
– $\sin \alpha = -\sin \beta$ ou encore $\sin \alpha = \sin \beta$ d'où α et β **supplémentaires**

2. Dessine un angle β du second quadrant ainsi que ses associés.



β : angle de départ du second quadrant

son supplémentaire : symétrie orthogonale par rapport à l'axe des sinus

son opposé : symétrie orthogonale par rapport à l'axe des cosinus

son antisupplémentaire : symétrie centrale de centre O

son complémentaire : symétrie orthogonale par rapport à la première bissectrice

3. Complète par = ou =-

- a) $\sin (\alpha - \pi) \dots = -\dots \cos (\pi/2 - \alpha)$
- b) $\text{tg} (\alpha + 25 \pi) \dots = \dots \text{tg} \alpha$
- c) $\cos (3\pi - \alpha) = -\dots \cos (\pi + \alpha) \dots$

4. Simplifie : $\frac{\cos(\pi - \alpha) \operatorname{tg}(\pi + \alpha) \sin(\pi / 2 - \alpha)}{\cot g(-\alpha) \cos(\pi - \alpha)} =$

solution : $\frac{-\cos \alpha \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha}{-\cot g \alpha (-\cos \alpha)} = -\operatorname{tg}^2 \alpha \cos \alpha \quad \text{ou} \quad \frac{-\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$

5. Réduis au premier quadrant et donne la valeur :
 $\cot g 300^\circ$; $\cos(-2\pi/3)$, $\sin 5\pi/4$; $\operatorname{tg} 210^\circ$

$$\cot g 300^\circ = -\cot g 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos\left(\frac{-2\pi}{3}\right) = \cos \frac{4\pi}{3} = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$\sin \frac{5\pi}{4} = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 210^\circ = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

INEQUATIONS

Etablir le tableau de signes de

$$3x^6 ; -3x^6 ; (-3x)^6 ; 3x^6 + 4 ; 4x^9 ; -4x^9 ; (-4x)^9$$

		0	
$3x^6$	+	0	+
$-3x^6$	-	0	-
$(-3x)^6$	+	0	+
$3x^6 + 4$	: pas de racine +		
$4x^9$	-	0	+
$-4x^9$	+	0	-
$(-4x)^9$	+	0	-

Résoudre les inéquations suivantes et donner l'ensemble S des solutions

$$\frac{6x-7}{5} - \frac{2x-5}{3} > 0$$

$$\frac{2x(x+1) - (x^2+3)}{-12x^2} > 0$$

$$-x^2 - 4x - 4 > 0$$

$$-3x^5 (2x^2 + 49) \leq 0$$

$$\frac{(x^2 - 3)^3}{x^2 + 2x - 3} > 0$$

$$\frac{12x + 4 + 9x^2}{3x^2 - 7x} \geq 0$$

$$1) \frac{8x+4}{15} > 0 \quad S =]-\frac{1}{2}, +\infty[$$

$$2) \frac{x^2+2x-3}{-12x^2} > 0$$

x		-3		0		1	
x^2+2x-3	+	0	-	-	-	0	+
$-12x^2$	-	-	-	-	-	-	-
	-	0	+	/	+	0	-

$$S =]-3, 0[\cup]0, 1[$$

3) $-x^2 - 4x - 4$ peut s'écrire $-(x+2)^2$ d'où racine : $x = -2$
ou par delta

x		-2	
$-x^2-4x-4$	-	0	-

$$S = \emptyset$$

4) $2x^2 + 49$ n'a pas de racine

x		0	
-3	-	-	-
x^5	-	0	+
$2x^2+49$	+	+	+
	+	0	-

$$S = [0, +\infty[$$

5) $x^2 - 3$ admet comme racines $\pm\sqrt{3}$

x		-3		$-\sqrt{3}$		1		$\sqrt{3}$	
$(x^2-3)^3$	+	+	+	0	-	-	-	0	+
x^2+2x-3	+	0	-	-	-	0	+	+	+
	+	/	-	0	+	/	-	0	+

$$S =]-\infty, -3[\cup]-\sqrt{3}, 1[\cup]\sqrt{3}, +\infty[$$

6) $9x^2 + 12x + 4 = (3x + 2)^2$
racine : $-2/3$ ou par delta (delta = 0)

$$3x^2 - 7x = x(3x - 7)$$

x		-2/3		0		7/3	
$9x^2+12x+4$	+	0	+	+	+	+	+
$3x^2-7x$	+	+	+	0	-	0	+
	+	0	+	/	-	/	+

$$S =]-\infty, 0[\cup]7/3, +\infty[$$

EQUATIONS DE DROITES

N'oublie pas :

pour trouver l'équation d'une droite, tu dois d'abord connaître

a) **un point** de la droite (,)

- b) **une direction** précisée par
 un coefficient de direction (a) , ou
 un vecteur directeur $v(x_v, y_v)$, ou
 un angle d'inclinaison α
 $a = y_v/x_v = \tan \alpha$

1. Soient les points A(-2,4) B(3,-3) C(1,6) D(2,0) E(7,-1)
 On demande :

- a) 1^{ère} méthode : $\vec{AB}(5,-7)$ coef dir = -7/5 $AB \equiv y = -7/5 x + 6/5$
 2^{ème} méthode : en résolvant le système

$$\begin{cases} 4 = -2a + b \\ -3 = 3a + b \end{cases}$$
- b) le point de AB d'abscisse -4 : (-4, -22/5)
 c) le point de AB d'ordonnée 5 (-19/7, 5)
 d) si le point (-10,6) appartient à la droite AB **non car $6 \neq -7/5 \cdot (-10) + 6/5$**
 e) les points d'intersection avec les axes OX et OY (0, 6/5) ; (6/7, 0)
 f) l'équation cartés. de la droite $d_1 \parallel$ à AE et passant par C
 $AE \equiv y = -5/9 x + 26/9$
 $d_1 \equiv y = -5/9 x + 59/9$
- g) l'équation cartés. de la droite $d_2 \perp$ à AE et passant par D
 $d_2 \equiv y = 9/5 x - 18/5$
- h) l'équation de la droite OA $OA \equiv y = -2 x$
- i) l'équation de la droite passant par A et de vecteur directeur v (-3,5)
 $d \equiv y = -5/3 x + 2/3$
- j) l'équation de la droite passant par B et de vecteur directeur v (4,-1)
 $d \equiv y = -1/4 x - 9/4$
- k) son coefficient de direction et son angle d'inclinaison **$a = -1/4$ et $\text{angle} = -14^\circ$**
- l) l'équation cartés. de d_3 passant par E et inclinée à 40°
 $d_3 \equiv y = 0,84 x - 6,88$
- m) l'équation de la droite parallèle à OX et passant par A **$y = 4$**
- n) l'équation de la droite parallèle à OY et passant par B **$x = 3$**
- o) l'équation de la droite passant par A et parallèle à la droite
 $d \equiv y = 2x - 3$
 $d' \equiv y = 2x + 8$
- p) l'équation de la médiane relative au côté [AB] dans le triangle ABC
milieu de [AB] : M(1/2 ; 1/2)
la médiane passe par M et par C ce qui donne après résolution du système (cf ex 1) $med \equiv y = 11x - 5$
- q) l'équation de la hauteur issue du sommet C dans le triangle ABC
la hauteur passe par C et est perpendiculaire au côté [AB]
 $haut \equiv y = 5/7 x + 37/7$
- r) l'amplitude de l'angle A
on peut utiliser le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \|\vec{AB}\| \|\vec{AC}\| \cos \hat{A}$

$$\vec{AB}(5,-7) \quad \|\vec{AB}\| = \sqrt{5^2 + (-7)^2} = \sqrt{74}$$

$$\vec{AC}(3,2) \quad \|\vec{AC}\| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 5 \cdot 3 + (-7) \cdot 2 = 1$$

$$1 = \sqrt{74} \cdot \sqrt{13} \cdot \cos A$$

$$\cos A = 0,032$$

$$A = 88^\circ$$

2. Rechercher l'équation cartésienne de la droite d parallèle à $d_1 \equiv y = 3x - 2$ et passant par le point d'intersection de d_2 avec l'axe OX sachant que

$$d_2 \equiv 2x - 5y - 4 = 0$$

intersection de d_2 avec OX : (2,0)

$$d \equiv y = 3x - 6$$

3. Rechercher l'équation cartésienne de la droite d parallèle à $d_1 \equiv y - x + 3 = 1$ et passant par le point d'intersection de d_2 et d_3 si

$$d_2 \equiv y = x + 3 \quad \text{et} \quad d_3 \equiv y = 2x - 8$$

pour chercher le point d'intersection entre d_2 et d_3 , il faut résoudre le système

$$\begin{cases} y = x + 3 \\ y = 2x - 8 \end{cases}$$

$$x = 11 \text{ d'où } y = 14$$

$$(11,14)$$

$$d \equiv y = x + 3$$

LES FONCTIONS

1. Donner les conditions d'existence et le domaine

$$D = \mathbb{R}$$

$$D = \mathbb{R} / \{-4/3\}$$

$$D = \mathbb{R} / \{-5, 5\}$$

$$D = \mathbb{R}$$

$$D = \mathbb{R} / \{-2, -3\}$$

$$D = \mathbb{R} / \{0, -2, 2\}$$

$$D = \mathbb{R} / \left\{ \frac{7}{6} \right\}$$

$$D =]0, \frac{1}{2}]$$

$$D =]0, +\infty[$$

$$D = \mathbb{R}$$

$$D =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$$

$$D =]-\infty, -\frac{1}{3}] \cup [\frac{1}{3}, +\infty[$$

$$D = \mathbb{R}$$

$$D = \mathbb{R}$$

$$D =]0, +\infty[$$

$$D =]-3, \frac{-5}{8}]$$

$$D = [2, 5[$$

$$D = \mathbb{R} / \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$$

$$D = \mathbb{R} / \left\{ \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} \right\}$$

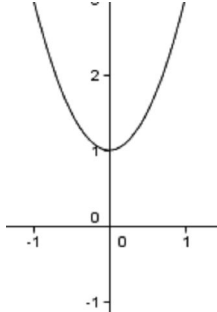
2. En schématisant les graphiques, donner l'image, les intervalles de croissance et décroissance, les min ou max, les concavités, les P.I., les équations des axes de symétrie (s'il y en a)

$$f(x) = 2x^2 + 1$$

$$D = \mathbb{R} ; I = [1, +\infty[$$

décroît sur $]-\infty, 0[$ et croît sur $]0, +\infty[$; min (0,1), conc vers le haut ;

axe $\equiv x = 0$



$$f(x) = (x-1)^3 - 3$$

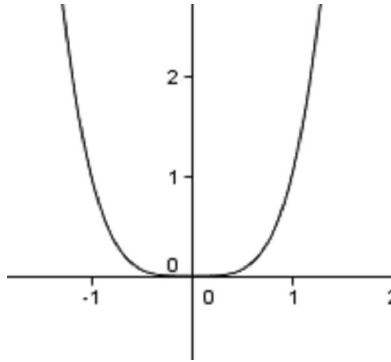
$$D = \mathbb{R}, I = \mathbb{R}$$

crois ; conc bas sur $]-\infty, 1[$ et conc haut sur $]1, +\infty[$; PI (1, -3)

$$f(x) = x^4$$

$$D = \mathbb{R}, I = [0, +\infty[$$

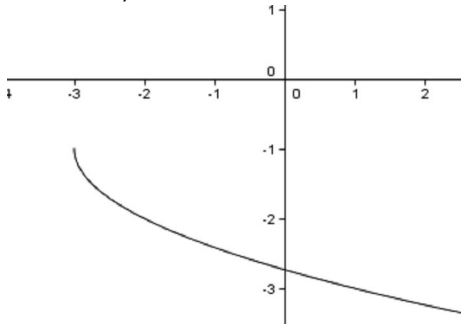
décrois sur $]-\infty, 0[$ et crois sur $]0, +\infty[$; min (0,0), conc vers le haut ;
axe $\equiv x = 0$



$$f(x) = -\sqrt{x+3} - 1$$

$$D = [-3, +\infty[; I =]-\infty, -1]$$

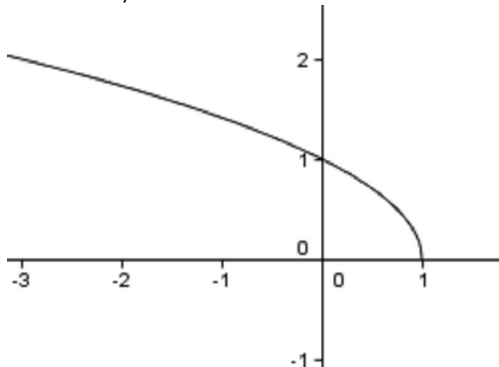
décrois ; conc haut



$$f(x) = \sqrt{-x+1} = \sqrt{-(x-1)}$$

$$D =]-\infty, 1] ; I = [0, +\infty[$$

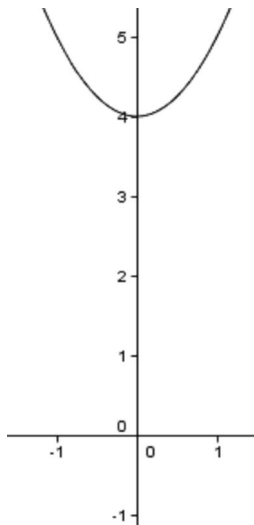
décrois ; conc bas



$$f(x) = |4 + x^2|$$

$$D = \mathbb{R} ; I = [4, +\infty[$$

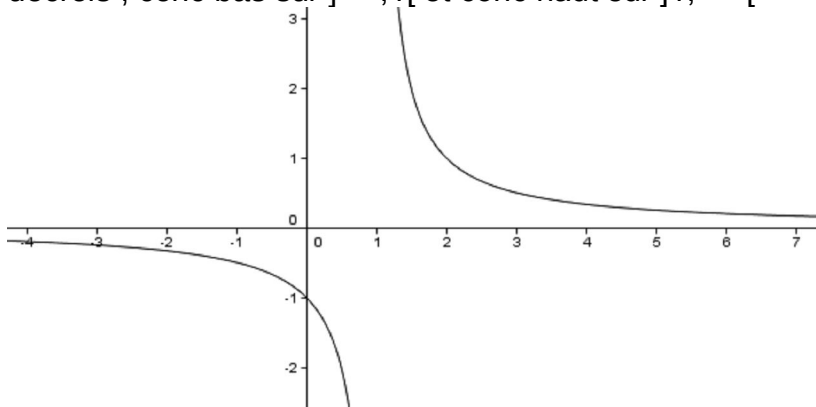
$4 + x^2$ étant toujours > 0 , la valeur absolue n'intervient pas d'où $f(x) = 4 + x^2$



$$f(x) = \frac{1}{x-1}$$

$D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $I = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

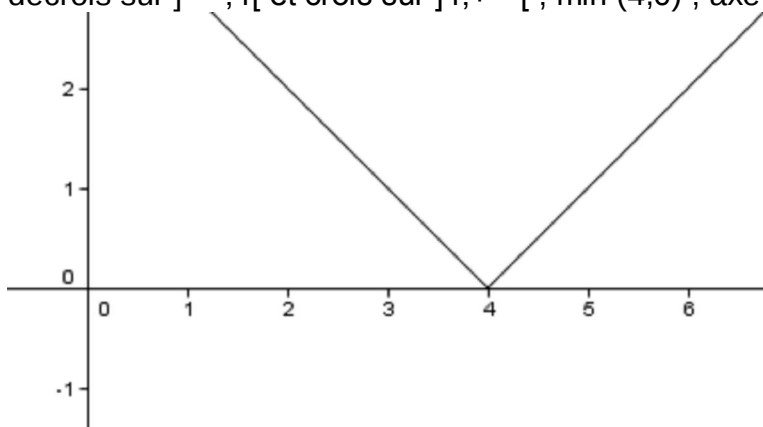
décroît ; concave bas sur $]-\infty, 1[$ et concave haut sur $]1, +\infty[$



$$f(x) = \sqrt{(x-4)^2} = |x-4|$$

$D = \mathbb{R}$; $I = [0, +\infty[$

décroît sur $]-\infty, 4[$ et croît sur $]4, +\infty[$; min (4,0) ; axe $\equiv x = 4$



3. Soit $P \equiv y = -2x^2 - 5x + 3$

Rechercher : l'axe de symétrie, le sommet, les intersections avec les axes

Tracer le graphique

Rechercher par calcul et par graphique, les intersections éventuelles de P

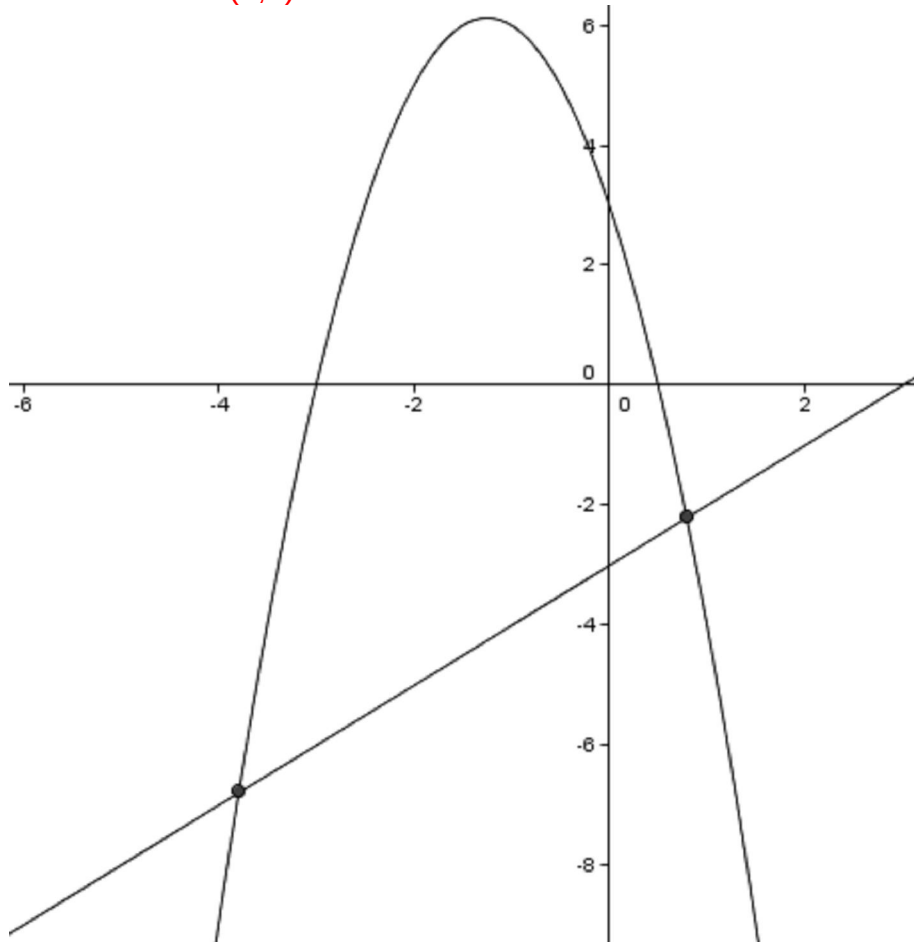
avec la droite $d \equiv y = x - 3$

axe $\equiv x = -5/4$

S $(-5/4, 49/8)$

inters avec OX $(-3, 0)$ et $(1/2, 0)$

inters avec OY $(0, 3)$



Pour chercher les points d'intersection il faut résoudre le système :

$$y = -2x^2 - 5x + 3$$

$$y = x - 3$$

$$0 = -2x^2 - 6x + 6$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{84}}{-4} = -3,8 ; 0,8 \quad \text{d'où les points } (-3,8, -6,8) \text{ et } (0,8 ; -2,2)$$

4. Déterminer $f(x)$ du premier degré tel que $f(4) = 3$ et $f(-1) = -2$

$$f(x) = ax + b$$

il faut résoudre le système

$$3 = 4a + b$$

$$-2 = -1a + b$$

ce qui donne $a = 1$ et $b = -1$ d'où $f(x) = x - 1$

5. Donner la parité de

paire ; impaire , paire ; impaire , paire ; ni paire ni impaire , ni paire ni impaire ;

6. Donne l'intervalle de

croissance de $f(x) = x^2 + 5x - 2$

axe $\equiv x = -5/2$ et la conc est vers le haut ; croissant sur $] -5/2, +\infty[$

décroissance de $f(x) = x^2 + 6x + 5$

axe $\equiv x = -3$ et la conc est vers le haut ; décrois sur $] -\infty, -3[$

7. Trouve les points d'intersection éventuels de p et d si

$$P \equiv y = x^2 + 5x + 2 \text{ et } d \equiv y = 5x + 3$$

(1,8) et (-1,-2)

8. Une parabole de sommet (6,8) admet 1 comme racine. Recherche la valeur de l'autre racine.

axe $\equiv x = 6$ d'où

l'autre racine s'obtient à partir de 1 par une symétrie d'axe $x = 6$ ce qui donne comme seconde racine : $x = 11$

EXERCICES AUTRES (SÉRIE 2)

1. Rechercher l'équation cartésienne de la droite d parallèle à $d_1 \equiv y = 5x - 4$ et passant par le point d'intersection de d_2 avec l'axe OX sachant que

$$d_2 \equiv \begin{cases} x = 5 - k \\ y = -3 + 6k \end{cases}$$

2. Rechercher l'équation cartésienne de la droite d parallèle à

$$d_1 \equiv \begin{cases} x = 3 - 5k \\ y = 2k \end{cases}$$

et passant par le point d'intersection de d_2 et d_3 si

$$d_2 \equiv y = 2x - 3 \quad \text{et} \quad d_3 \equiv y = x + 8$$

3. Rechercher le point d'intersection de d_1 et d_2 si

$$d_1 \equiv y = 7x + 9 \quad \text{et} \quad d_2 \equiv \begin{cases} x = 1 + 6k \\ y = 2 + 5k \end{cases}$$

4. Imposer la condition d'existence de $\sqrt{-12x + \frac{7}{5}}; \sqrt{x^2 + 36}; \sqrt{\frac{6x}{5} - \frac{11}{7}}; \sqrt{9x^2 - 4}$

5.
